

## ANEXO 2: PLANTEAMIENTO DEL PROGRAMA DE OPTIMIZACIÓN EN EL MODELO OPTGEN

### 1. INTRODUCCIÓN

A continuación se copia el capítulo 2 del Manual de Metodología del OPTGEN 6.0 (PSR-INC, mayo-2010), que plantea el problema de expansión detalladamente.

### 2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

#### 2.1 Objetivo

El objetivo del Optgen es determinar el cronograma de inversión de mínimo costo – suma de los costos de inversión más el valor esperado de los costos de operación – para la construcción de nuevos generadores hidroeléctricos y/o térmicos y líneas de interconexión entre sistemas.

El valor esperado de los costos operativos se calcula teniendo en cuenta diversos escenarios hidrológicos para cada uno de los cuales se realiza una optimización determinística y los resultados se ponderan de acuerdo a la probabilidad asociada a cada escenario.

El modelo lleva en cuenta para cada escenario hidrológico, restricciones operativas tales como el suministro de la demanda, restricciones de balance hídrico en embalses y centrales de pasada en cascada, capacidades máximas y mínimas de generación, capacidad de almacenamiento en los embalses y límites de transmisión entre regiones.

También se representan las restricciones de inversión tales como fechas mínimas y máximas para la toma de decisión de los proyectos y los conjuntos de proyectos asociados o mutuamente exclusivos.

#### 2.2 Breve descripción del sistema y de las variables y restricciones representadas

El sistema existente se compone de un conjunto H de centrales hidroeléctricas e de un conjunto I de centrales térmicas ubicadas en una de las N regiones o subsistemas. Cada subsistema tiene una demanda de energía y existen líneas de interconexión entre cada subsistema que permiten hacer intercambios de energía. Un subconjunto de estas centrales hidros y térmicas y de estas líneas de interconexión compone el sistema existente; las otras forman el conjunto de proyectos candidatos J. Para cada etapa  $t$  y para cada proyecto  $j$  se asocia una variable de decisión  $x(t,j)$ . La variable  $x(t,j)$  es una variable entera binaria que asume el valor 1 si se decide la construcción del proyecto  $j$  en la etapa  $t$ , y es igual a cero en el caso contrario.

- Todas las centrales hidroeléctricas tienen embalses; las centrales de pasada se representan como embalses con capacidad de almacenamiento nula;
- La demanda es constante a lo largo de toda la etapa (en realidad, el modelo permite representar hasta cinco bloques de demanda);
- Se representa un único escenario hidrológico (en realidad, el modelo permite representar varios escenarios hidrológicos siendo que cada uno tiene una probabilidad de ocurrencia definida por el usuario).

Las variables de decisión operativa se refieren al despacho de los generadores y son básicamente:  $g(t,i)$  que representa la generación de la térmica  $i$  en la etapa  $t$ ;  $v(t,i)$  el volumen almacenado al final de la etapa  $t$  en el embalse  $i$ ;  $q(t,i)$  el volumen de agua turbinado en la etapa  $t$  por la central hidroeléctrica  $i$ ;  $s(t,i)$  el volumen de agua vertido en la etapa  $t$  por la central  $i$ ; y, finalmente,  $f(t,k)$  que representa el intercambio de energía en la etapa  $t$  por la línea de interconexión  $k$ . Dado que las líneas de interconexión entre regiones pueden tener capacidades y/o factores de pérdidas diferentes dependiendo del sentido del flujo, se optó en esta formulación por caracterizar una línea de interconexión como siendo un flujo de un único sentido, a partir del sistema origen  $n_o(k)$  hacia su sistema destino  $n_d(k)$ .

Estas decisiones de operación están sujetas al siguiente conjunto de restricciones:

- Ecuaciones de balance hídrico;
- Restricciones de suministro a la demanda;
- Restricciones de emisión: de (óxidos de nitrógeno)  $\text{NO}_x$ , (dióxido de carbono)  $\text{CO}_2$  y (óxido de azufre)  $\text{SO}_2$ ;
- Restricciones de consumo de combustible;
- Límites operativos.

Asociadas a estas decisiones de inversión existe un conjunto de restricciones que son consideradas por el modelo:

- Fechas de decisión mínimas y máximas;
- Restricciones de proyectos obligatorios;
- Restricciones de proyectos opcionales;
- Restricciones de proyectos mutuamente exclusivos;
- Restricciones de proyectos asociados;
- Restricciones de capacidad instalada mínima/máxima;
- Restricciones de energía firme por sistema;
- Restricciones de potencia firme por sistema.

Para efectos de simplificar la notación y sin pérdida de generalidad se hacen algunos supuestos:

## 2.3 Diccionario de variables

### 2.3.1 Conjuntos

T	conjunto de etapas del período de estudio
N	conjunto de subsistemas o regiones
J <sub>1</sub>	conjunto de proyectos obligatorios
J <sub>2</sub>	conjunto de proyectos opcionales
J	conjunto de proyectos, $J = J_1 \cup J_2$
J <sub>3(l)</sub>	conjunto de proyectos que participan en la <i>l</i> -ésima restricción de proyectos mutuamente exclusivos
J <sub>4(l)</sub>	conjunto de proyectos que participan en la <i>l</i> -ésima restricción de proyectos asociados
J <sub>5(l)</sub>	conjunto de proyectos que participan en la <i>l</i> -ésima restricción de capacidad instalada mínima/máxima
J <sub>6(l)</sub>	conjunto de proyectos que participan en la <i>l</i> -ésima restricción de precedencia. El orden en que aparecen los proyectos en este conjunto define la relación de precedencia
I	conjunto de generadores térmicos, $I =  I $ es el tamaño del conjunto I
I <sub>n</sub>	conjunto de generadores térmicos del subsistema <i>n</i>
H	conjunto de generadores hidroeléctricos, $H =  H $ es el tamaño del conjunto H
H <sub>n</sub>	conjunto de generadores hidroeléctricos del subsistema <i>n</i>
G <sub>n</sub>	conjunto de generadores hidroeléctricos y térmicos existentes del subsistema <i>n</i>
J <sub>n</sub>	conjunto de proyectos hidroeléctricos y térmicos del subsistema <i>n</i>
K	conjunto de líneas de interconexión entre subsistemas
E <sub>1(l)</sub>	conjunto de centrales térmicas que participan en la <i>l</i> -ésima restricción de emisión de NO <sub>x</sub>
E <sub>2(l)</sub>	conjunto de centrales térmicas que participan en la <i>l</i> -ésima restricción de emisión de SO <sub>2</sub>
E <sub>3(l)</sub>	conjunto de centrales térmicas que participan en la <i>l</i> -ésima restricción de emisión de CO <sub>2</sub>
F( <i>l</i> )	conjunto de centrales térmicas que participan de la <i>l</i> -ésima restricción de disponibilidad de combustible
MT( <i>i</i> )	conjunto de centrales hidroeléctricas directamente aguas arriba para turbinamiento de la central <i>i</i>
MV( <i>i</i> )	conjunto de centrales hidroeléctricas directamente aguas arriba para vertimiento de la central <i>i</i>

## 2.3.2 Índices

$t$	indexa las etapas, conjunto T
$j$	indexa los proyectos candidatos, conjunto J
$i$	indexa los generadores, conjuntos I o H
$k$	indexa las interconexiones, conjunto K
$n$	indexa los subsistemas o regiones, conjunto N
$f$	indexa los combustibles, conjunto F
$l$	indexa restricciones en general

## 2.3.3 Constantes

$N_3$	número de conjuntos de proyectos mutuamente exclusivos
$N_4$	número de conjuntos de proyectos asociados
$N_5$	número de restricciones de capacidad instalada mínima/máxima
$N_6$	número de restricciones de precedencia
$NE_1$	número de restricciones de emisión de $NO_x$
$NE_2$	número de restricciones de emisión de $SO_2$
$NE_3$	número de restricciones de emisión de $CO_2$
$NF$	número de restricciones de consumo del combustible
$c(t,j)$	valor presente del costo de inversión del proyecto $j$ en la etapa $t$
$\underline{t}(j)$	fecha mínima para la decisión del proyecto $j$
$\bar{t}(j)$	fecha máxima para la decisión del proyecto $j$
$\tau(l)$	etapa inicial de la $l$ -ésima restricción de capacidad instalada mínima
$\bar{\tau}(l)$	etapa final de la $l$ -ésima restricción de capacidad instalada mínima
$w(j)$	capacidad instalada del proyecto $j$
$w(l)$	valor de la $l$ -ésima restricción de capacidad instalada mínima
$\bar{w}(l)$	valor de la $l$ -ésima restricción de capacidad instalada máxima
$d(t,i)$	valor presente del costo operativo del generador $i$ en la etapa $t$

$a(t,i)$	caudal lateral afluente al embalse $i$ en la etapa $t$
$\rho(i)$	factor de producción promedio de la central hidroeléctrica $i$
$n_o(k)$	sistema origen de la línea de interconexión $k$
$n_d(k)$	sistema destino de la línea de interconexión $k$
$p(k)$	pérdida asociada a la línea de interconexión $k$
$\bar{f}(k)$	límite de flujo en la línea de interconexión $k$ en la etapa $t$
$\bar{g}(i)$	capacidad de generación de la térmica $i$ en la etapa $t$
$\bar{v}(i)$	capacidad de almacenamiento máximo en el embalse $i$ en la etapa $t$
$\bar{q}(i)$	capacidad de turbinamiento máximo en el embalse $i$ en la etapa $t$
$v_0(i)$	volumen inicial en el embalse $i$ en la etapa $t$
$D(t,n)$	demanda en la etapa $t$ en el subsistema $n$
$HR(i)$	consumo específico de la central térmica $i$
$e(i,1)$	factor de emisión de $NO_x$ de la central térmica $i$
$e(i,2)$	factor de emisión de $SO_2$ de la central térmica $i$
$e(i,3)$	factor de emisión de $CO_2$ de la central térmica $i$
$\text{fuel}(i)$	indica el combustible de la central térmica $i$

$ECnt(f)$	poder calórico del combustible $f$
$E_1(t,l)$	límite de emisión de la $l$ -ésima restricción de emisión de $NO_x$ en la etapa $t$
$E_2(t,l)$	límite de emisión de la $l$ -ésima restricción de emisión de $SO_2$ en la etapa $t$
$E_3(t,l)$	límite de emisión de la $l$ -ésima restricción de emisión de $CO_2$ en la etapa $t$
$F(t,l)$	límite de disponibilidad del combustible en la $l$ -ésima restricción de consumo de combustible en la etapa $t$
$EF(t,i)$	Energía firme del generador $i$ en la etapa $t$
$FEF(t,n)$	Factor de reserva de la demanda de energía firme del subsistema $n$ en la etapa $t$
$PF(t,i)$	Potencia firme del generador $i$ en la etapa $t$
$FPF(t,n)$	Factor de reserva de la demanda de potencia firme del subsistema $n$ en la etapa $t$

### 2.3.4 Variables

$x(t,j)$	variable binaria asociada a la decisión de construir el proyecto $j$ en la etapa $t$
$g(t,i)$	generación del generador $i$ en la etapa $t$
$f(t,k)$	flujo de energía en la línea $k$ en la etapa $t$
$v(t,i)$	volumen final en el embalse $i$ en la etapa $t$
$q(t,i)$	volumen turbinado en el embalse $i$ en la etapa $t$
$s(t,i)$	volumen vertido en el embalse $i$ en la etapa $t$

### 2.3.5 Notación

$y(j)$	suma de las variables de decisión asociadas al proyecto $j$ durante el intervalo de fechas permitidas $[t(j), \bar{t}(j)]$	$y(j) = \sum_{t=t(j)}^{\bar{t}(j)} x(t,j)$
$y(t,j)$	suma de las variables de decisión asociadas al proyecto $j$ hasta la etapa $t$	$y(t,j) = \sum_{\tau=t(j)}^t x(\tau,j), t \in T$

## 2.4 Formulación

El problema de planificación de la expansión de la generación y la transmisión se plantea como un problema de programación matemática donde la función objetivo es:

$$\text{Min} \quad \sum_{t \in T} \sum_{j \in J} c(t,j) \times x(t,j) + \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} d(t,i) \times g(t,i), \quad (2.1)$$

sujeto a restricciones como:

Fechas de decisión mínimas y máximas:

$$x(t,j) = 0, \quad \forall t \notin [\underline{t}(j), \bar{t}(j)]$$

Restricciones de proyectos obligatorios:

$$\sum_{t=\underline{t}(j)}^{\bar{t}(j)} x(t,j) = 1, \quad \forall j \in J_1$$

Restricciones de proyectos opcionales:

$$\sum_{t=\underline{t}(j)}^{\bar{t}(j)} x(t,j) \leq 1, \quad \forall j \in J_2$$

Restricciones de proyectos mutuamente exclusivos:

$$\sum_{j \in J_3(l)} y(j) \leq 1, \quad l = 1, \dots, N_3$$

Restricciones de proyectos asociados:

$$y(j_1) = y(j_2), \quad \forall j_1, j_2 \in J_4(l), l = 1, \dots, N_4$$

Restricciones de capacidad instalada mínima:

$$\sum_{t=\underline{t}(l)}^{\bar{t}(l)} \sum_{j \in J_5(l)} w(j) \times x(t,j) \geq \underline{w}(k), \quad l = 1, \dots, N_5$$

Restricciones de capacidad instalada máxima:

$$\sum_{t=\underline{\tau}(l)}^{\bar{\tau}(l)} \sum_{j \in J_5(l)} w(j) \times x(t,j) \leq \bar{w}(k), \quad l = 1, \dots, N_5$$

Restricciones de precedencia:

$$y(t,j_{i+1}) - y(t,j_i) \geq 0, \quad \forall j_i \in J_6(l), \forall t \in T, l = 1, \dots, N_6$$

Restricciones de energía firme por sistema:

$$\sum_{i \in G_n} EF(t,i) + \sum_{j \in J_n} EF(t,j) \times y(t,j) \geq FEF(t,n) \times D(t,n), \quad \forall t \in T, \forall n \in N$$

Restricciones de potencia firme por sistema:

$$\sum_{i \in G_n} PF(t,i) + \sum_{j \in J_n} PF(t,j) \times y(t,j) \geq FPF(t,n) \times D(t,n), \quad \forall t \in T, \forall n \in N$$

Ecuaciones de balance hídrico:

$$v(t,i) - v(t-1,i) + q(t,i) + s(t,i) - \sum_{j \in MT(i)} q(t,j) - \sum_{j \in MV(i)} s(t,j) = a(t,i),$$

$$\forall t \in T, \forall i \in H$$

Restricciones de suministro a la demanda:

$$\sum_{i \in I_n} g(t,i) + \sum_{i \in H_n} \rho(i) \times q(t,i) - \sum_{k \in K|n_o(k)=n} f(t,k) + \sum_{k \in K|n_d(k)=n} (1 - p(k)) \times f(t,k) = D(t,n),$$

$$\forall t \in T, \forall n \in N$$

Restricciones de emisión:

$$\sum_{i \in E_1(l)} e(i,1) \times g(t,i) \leq E_1(t,l), \quad \forall t \in T, l = 1, \dots, NE_1$$

$$\sum_{i \in E_2(l)} e(i,2) \times g(t,i) \leq E_2(t,l), \quad \forall t \in T, l = 1, \dots, NE_2$$

$$\sum_{i \in E_3(l)} e(i,3) \times g(t,i) \leq E_3(t,l), \quad \forall t \in T, l = 1, \dots, NE_3$$

Restricciones de disponibilidad de los combustibles:

$$\sum_{i \in F(l)} \frac{HR(i) \times g(t,i)}{ECnt(fuel(i))} \leq F(t,l), \quad \forall t \in T, l = 1, \dots, NF$$

Límites operativos:

$$\begin{aligned} g(t,i) &\leq \bar{g}(i), & \forall i \in I \mid i \notin J \\ g(t,i) - \bar{g}(i) \times y(t,i) &\leq 0, & \forall i \in I \mid i \in J \\ v(t,i) &\leq \bar{v}(i), & \forall i \in H \mid i \notin J \\ v(t,i) - \bar{v}(i) \times y(t,i) &\leq 0, & \forall i \in H \mid i \in J \\ q(t,i) &\leq \bar{q}(i), & \forall i \in H \mid i \notin J \\ q(t,i) - \bar{q}(i) \times y(t,i) &\leq 0, & \forall i \in H \mid i \in J \\ f(t,i) &\leq \bar{f}(i), & \forall i \in K \mid i \notin J \\ f(t,i) - \bar{f}(i) \times y(t,i) &\leq 0, & \forall i \in K \mid i \in J \end{aligned}$$

Restricciones de volumen inicial:

$$v(0,i) = v_0(i), \quad \forall i \in H$$

Restricciones de integridad de las variables de decisión:

$$x(t,j) \in \{0,1\}, \quad \forall t \in T, \forall j \in J$$